

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ СПАЛАРТА-АЛЛМАРАСА И МЕНТЕРА НА ЗАДАЧЕ О ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ОДИНОЧНОГО ПРОФИЛЯ RAE2822

Проведено детальне тестування та порівняння двох найбільш поширених диференційних моделей турбулентності: двопараметричної моделі Ментера, та одно параметричної моделі Спаларта-Аллмараса на задачі про трансзвукове обтікання профіля RAE2822.

Введение. Численные методы решения задач газовой динамики активно развиваются и находят широкое применение в различных отраслях промышленности. При этом рост популярности численных методов во многом обусловлен ростом мощности компьютеров. Основная проблема, стоящая на пути вычислительной аэрогидродинамики это моделирование турбулентных течений. В настоящее время свое применение находят четыре основных направления решения этой проблемы:

– осредненные по Рейнольдсу или Фавру уравнения Навье-Стокса (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) замкнутые с помощью алгебраических или дифференциальных моделей турбулентности;

– метод LES (Large Eddy Simulation), который основан на решении нестационарных уравнений Навье-Стокса с моделированием влияния вихрей подсеточного масштаба;

– метод DES (Detached Eddy Simulation), который является комбинацией двух предыдущих подходов. В зоне внешнего «гладкого» течения используется RANS, а в зоне отрыва потока с крупными вихрями – LES;

– прямое численное моделирование (DNS – Direct Numerical Simulation) – решение нестационарных уравнений Навье-Стокса без каких либо замыкающих соотношений.

Естественно, что наиболее близкие к реальности результаты могут быть получены при внесении минимальных дополнительных допущений в исходную математическую модель и численный алгоритм решения. В этом смысле наиболее привлекательным является последний подход DNS. Однако пройдет еще не меньше ста лет (при существующих темпах развития вычислительной техники), прежде чем станет возможным решение задач с реальной геометрией и числами Рейнольдса с разрешением на сетке всех вихрей до Колмогоровского масштаба включительно. Методы LES и особенно DES уже сейчас доступны для решения на современных суперкомпьютерах и больших кластерах. К сожалению, такая вычислительная техника не является распространенной и не доступна для широкого круга отечественных специалистов. Поэтому наиболее широко применяются именно осредненные уравнения Навье-Стокса, замкнутые с помощью той или иной модели турбулентности. При таком подходе успех или неудача численного эксперимента во многом зависят от выбора модели турбулентности.

В результате обобщения опыта численного моделирования турбулентных течений накопленного за последние десятилетия в 90-х годах прошлого века возникло новое поколение моделей турбулентности. К ним, прежде всего, относятся однопараметрическая модель Спаларта-Аллмараса [1] и двухпараметрическая модель Ментера [2]. Критериями оценки достоинств и недостатков моделей всегда служили результаты вычислительного эксперимента. При этом, чем больше тестовая задача похожа на ту, ради которой создается вычислительный метод, тем надежнее будут окончательные выводы.

В настоящей работе проведено сравнительное тестирование моделей Спаларта-Аллмараса (SA) и Ментера (Menter) на задаче о трансзвуковом обтекании профиля RAЕ 2822. Эта задача имеет два положительных свойства. Во-первых, она очень близка к реальным задачам расчета трансзвуковых течений в компрессорах и турбинах авиационных двигателей, а во-вторых, для нее существуют очень подробные экспериментальные данные [3].

Цель исследования. Проведение сравнительного тестирования моделей Спаларта-Аллмараса и Ментера на задаче о трансзвуковом обтекании одиночного профиля. Оценка чувствительности результатов расчетов к величине угла атаки профиля. Разработка методических рекомендаций по применению современных моделей турбулентности.

Результаты. В настоящей работе для расчета сжимаемых трансзвуковых течений применяются численные методы на неструктурированных сетках [4], описанные в работах [5; 6; 7]. В качестве исходной системы уравнений движения вязкого турбулентного потока сжимаемого газа используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, записанные в виде законов сохранения массы, количества движения и энергии в векторной интегральной форме.

$$\int_W \frac{\partial U}{\partial t} dW + \oint_S [F(U) - G(U)] dS = 0, \quad (1)$$

$$U = [\rho, \rho \vec{V}, \rho e]^T, \quad F(U) = (\vec{V} - \vec{V}^*) \cdot \vec{n} U, \quad G(U) = [0, \vec{\tau}, \vec{\tau} \cdot \vec{V} - \vec{q} \cdot \vec{n}]^T,$$

где $\rho e = E$ – полная энергия; $\vec{\tau} = \vec{n} \cdot \vec{T}$; $\vec{T} = (-p - 2/3 \mu \nabla \cdot \vec{V}) \cdot \vec{I} + 2\mu \dot{S} - \overline{u_i u_j}$ – тензор напряжений; $\vec{I} = \delta_{ij}$ – единичный тензор; $\tau_{ij} = -\overline{u_i u_j}$ – тензор турбулентных напряжений Рейнольдса; $\dot{S} = S_{ij} = 0.5 \cdot (V_{i,j} + V_{j,i})$ – тензор скоростей деформаций; $\vec{q} = -\kappa_e \nabla T$ – вектор теплового потока; $\mu_e = \rho \cdot (\nu + \nu_t)$, $\kappa_e = \rho \cdot (\nu / Pr + \nu_t / Pr_t)$ – эффективные коэффициенты вязкости и теплопроводности соответственно; $\mu = \rho \nu$ – молекулярная вязкость; ν_t – турбулентная кинематическая вязкость. Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния совершенного газа $p = (\gamma - 1) (E - 0.5 \rho |\vec{V}|^2)$.

В однопараметрической модели турбулентности Спаларта-Аллмараса [1] компоненты тензора турбулентных напряжений определяются следующим образом

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij}, \quad \nu_t = \chi f_{\nu 1}, \quad f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{\nu 1}^3}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu}.$$

Для вспомогательной величины \tilde{v} записывается уравнение переноса

$$\frac{d\tilde{v}}{dt} = c_{b1}\tilde{S}\tilde{v} + \frac{1}{\sigma}\left[\nabla \cdot ((v + \tilde{v})\nabla\tilde{v}) + c_{b2}(\nabla\tilde{v})^2\right] - c_{w1}f_w\left[\frac{\tilde{v}}{d}\right]^2. \quad (2)$$

Здесь S – локальная величина завихренности, $\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}$, d – расстояние до

ближайшей твердой границы, $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$, $f_w = g\left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right]^{1/6}$,

$$r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r).$$

На твердых стенках ставятся граничные условия $\tilde{v}=0$. Константы этой модели турбулентности $c_{b1}=0.1355$, $\sigma=2/3$, $c_{b2}=0.622$, $\kappa=0.41$, $c_{\omega1} = c_{b1}/\kappa^2 + (1 + c_{b2})/\sigma$, $c_{\omega2}=0.3$, $c_{\omega3}=2$, $c_{v1}=7.1$.

В двухзональной $k-\omega$ модели Ментера [2] уравнения для характеристик турбулентности имеют вид

$$\iiint_W \frac{\partial \rho k}{\partial t} dW + \iint_S \left[\bar{v} \bar{n}(\rho k) - (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial n} \right] dS = \iiint_W \rho (P_k - \beta^* k \omega) dW, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \iiint_W \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} dW + \iint_S \left[\bar{v} \bar{n}(\rho \omega) - (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial n} \right] dS = \\ & = \iiint_W \rho \left(P_\omega - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) dW, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}, \quad \tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - 2\bar{l} \cdot (\mu_t \nabla \cdot \bar{V} + \rho k)/3, \quad P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad P_\omega = \frac{\gamma}{\mu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}.$$

В модели Ментера используются два набора констант:

$$1) \sigma_{k1} = 0.5, \quad \sigma_{\omega1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075, \quad \gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega1} \kappa^2/\sqrt{\beta^*}, \quad \beta^* = C_\mu = 0.09;$$

$$2) \sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad \gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega2} \kappa^2/\sqrt{\beta^*}.$$

Первый набор применяется в области внешнего течения и соответствует стандартной $k-\epsilon$ модели турбулентности, второй – в области пограничного слоя и соответствует $k-\omega$ модели Вилкокса [8]. В модели Ментера используется линейная комбинация этих двух наборов констант с гладким переключателем вида

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \quad (5)$$

где $F_1 = \tanh(\arg_1^4)$, $\arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega}\right); \frac{4\rho\sigma_{\omega2}k}{CD_{k\omega}d^2}\right)$, d – расстояние до

ближайшей твердой границы, $CD_{k\omega} = \min\left(2\rho\sigma_{\omega2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; 10^{-20}\right)$.

В табл. 1 приведены данные из [3] с условиями экспериментов. В таблице M_∞ – число Маха на бесконечности, Re – число Рейнольдса рассчитанное по параметрам на бесконечности, угол α – геометрический угол атаки профиля в аэродинамической трубе, α_c – угол атаки, скорректированный с учетом влияния стенок аэродинамической трубы. Точка ламинарно-турбулентного перехода на поверхности профиля фиксировалась с помощью турбулизатора, который устанавливался на расстоянии 0.11 длины хорды от носика для эксперимента №1 и на расстоянии 0.03 для остальных экспериментов.

Таблица 1.

№ Эксперимента	M_∞	α	α_c	Re
1	0.676	2.40	1.93	5.70E+06
6	0.725	2.92	2.54	6.50E+06
7	0.725	2.55	2.21	6.50E+06
9	0.730	3.19	2.79	6.50E+06
10	0.750	3.19	2.57	6.20E+06
12	0.730	3.19	2.83	2.70E+06

В настоящей работе приведены расчеты для нескольких углов атаки для каждого эксперимента, чтобы определить степень влияния величины угла атаки на интегральные и локальные характеристики течения. В табл. 2 приведены результаты расчетов интегральных аэродинамических характеристик. Судя по приведенным данным, можно сделать следующие выводы. Расчеты по скорректированным углам атаки α_c из табл. 1 дают интегральные характеристики, которые не всегда хорошо совпадают с экспериментальными значениями. При этом величина относительной погрешности при вычислении подъемной силы ΔC_y находится на уровне 1–3%, а для силы сопротивления погрешность ΔC_x может достигать 14%. По-видимому, методика пересчета α_c требует уточнения. С помощью варьирования угла атаки для каждого эксперимента были подобраны такие углы атаки, которые обеспечивали лучшее совпадение с экспериментальными данными. По результатам, приведенным в табл. 2, видно, что существует сильная зависимость аэродинамических коэффициентов от угла атаки. При изменении угла атаки на десятую долю градуса аэродинамические коэффициенты могут измениться на несколько процентов.

Обе модели турбулентности практически слабо отличаются по точности расчета интегральных аэродинамических характеристик. Разница между величинами C_y , C_x рассчитанными по двум моделям обычно не превосходит 1%.

На рис.1 а показан фрагмент неструктурированной сетки, которая содержит 31102 узла. Расстояние до «бесконечности» было выбрано равным 20-ти хордам, минимальный шаг вблизи стенки профиля $5 \cdot 10^{-6}$ (при этом максимальное значение $y^+ < 0.9$). На рис.1 б показаны распределения продольной компоненты вектора скорости в следе за профилем для эксперимента №9 для двух сечений $x=1.025$ и $x=2.0$. На рисунке видно, что расчетные и экспериментальные данные удовлетворительно совпадают, особенно в ближнем следе и несколько хуже в дальнем, где может проявляться влияние стенок аэродинамической трубы, а также недостаточное сгущение сеточных узлов в следе. На рис.1 в, г приведены распределения продольной компоненты вектора скорости в пограничном слое на

верхней части профиля для экспериментов №1 и №9 соответственно. На рисунках можно проследить удовлетворительное совпадение результатов расчетов по обеим моделям с результатами экспериментов.

На рис.2 а, б, в, г, д, е – показаны изомахи при обтекании профиля RAЕ2822 для условий экспериментов №1, №6, №7, №9, №10 и №12 соответственно. На рисунках можно проследить закономерности формирования λ -образного скачка уплотнения на верхней поверхности профиля.

Таблица 2.

Сравнение результатов расчетов и экспериментов

№ Эксп-та	Модель турбулентности	α	C_y	$\Delta C_y, \%$	C_x	$\Delta C_x, \%$
1	Эксперимент	2.40	0.5660		8.500E-03	
1	SA	1.93	0.5685	0.44	8.464E-03	-0.42
1	MENTER	1.93	0.5629	-0.54	8.631E-03	1.54
1	SA	1.92	0.5669	0.16	8.559E-03	0.70
1	MENTER	1.92	0.5619	-0.72	8.698E-03	2.33
6	Эксперимент	2.92	0.7430		1.270E-02	
6	SA	2.54	0.7406	-0.33	1.236E-02	-2.69
6	MENTER	2.54	0.7443	0.17	1.218E-02	-4.06
6	SA	2.52	0.7361	-0.93	1.253E-02	-1.32
6	MENTER	2.52	0.7402	-0.38	1.234E-02	-2.86
7	Эксперимент	2.55	0.6580		1.070E-02	
7	SA	2.21	0.6772	2.92	1.008E-02	-5.77
7	MENTER	2.21	0.6807	3.45	9.859E-03	-7.86
7	SA	2.10	0.6557	-0.35	1.101E-02	2.92
7	MENTER	2.10	0.6612	0.48	1.069E-02	-0.12
9	Эксперимент	3.19	0.8030		1.680E-02	
9	SA	2.79	0.7946	-1.05	1.697E-02	1.02
9	MENTER	2.79	0.7956	-0.92	1.702E-02	1.28
9	SA	2.84	0.8036	0.07	1.679E-02	-0.09
9	MENTER	2.84	0.8065	0.44	1.681E-02	0.06
10	Эксперимент	3.19	0.7430		2.420E-02	
10	SA	2.57	0.7353	-1.03	2.434E-02	0.56
10	MENTER	2.57	0.7490	0.81	2.461E-02	1.69
10	SA	2.60	0.7390	-0.53	2.430E-02	0.42
10	MENTER	2.60	0.7527	1.31	2.456E-02	1.49
12	Эксперимент	3.19	0.7210		1.330E-02	
12	SA	2.83	0.7679	6.50	1.156E-02	-13.05
12	MENTER	2.83	0.7704	6.86	1.143E-02	-14.07
12	SA	2.56	0.7192	-0.26	1.327E-02	-0.25
12	MENTER	2.56	0.7223	0.18	1.311E-02	-1.45

На рис.3, а, б, в, г, д, е приведены распределения коэффициента давления C_p по поверхности профиля, рассчитанные для условий экспериментов №1, №6, №7, №9, №10 и №12 соответственно. На рисунках видно, что обе модели дают практически одинаковые распределения давления по поверхности. Небольшие

различия можно заметить только для эксперимента №10 (рис.2, д) в зоне скачка уплотнения. В целом результаты расчетов удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными.

Некоторые отличия между расчетом и экспериментом наблюдаются только в зоне ламинарно-турбулентного перехода и в зоне скачка уплотнения. Такие отличия могут быть обусловлены высокой чувствительностью структуры течения к углу атаки, влиянием стенок аэродинамической трубы, а также не совсем адекватным моделированием эффектов связанных с принудительным ламинарно-турбулентным переходом.

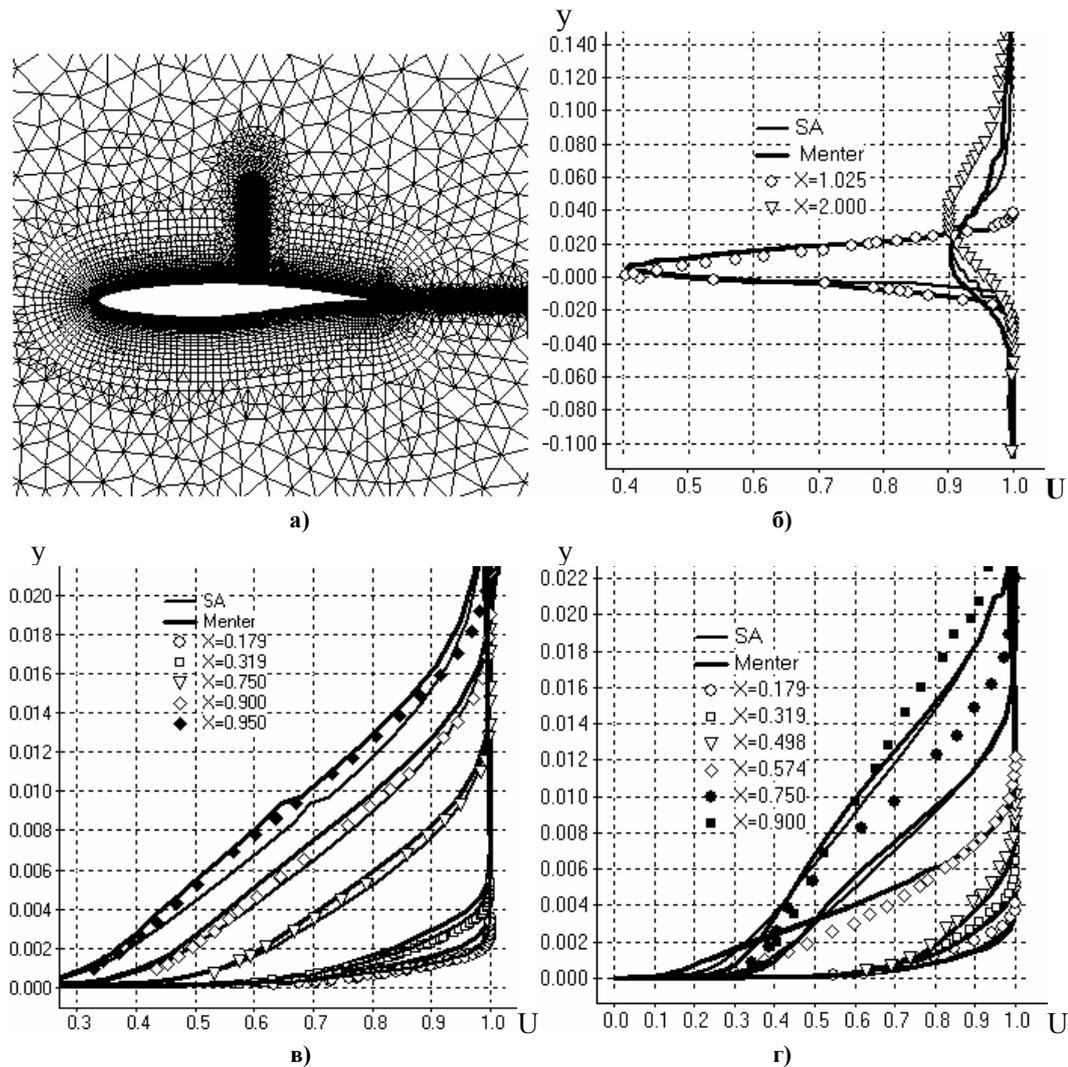


Рис. 1. Обтекание профиля RAE2822:

а) – фрагмент неструктурированной сетки; б) – распределение продольной скорости в следе для эксперимента №9; в) – распределения продольной компоненты вектора скорости в пограничном слое на верхней части профиля для экспериментов в) – №1; г) – №9

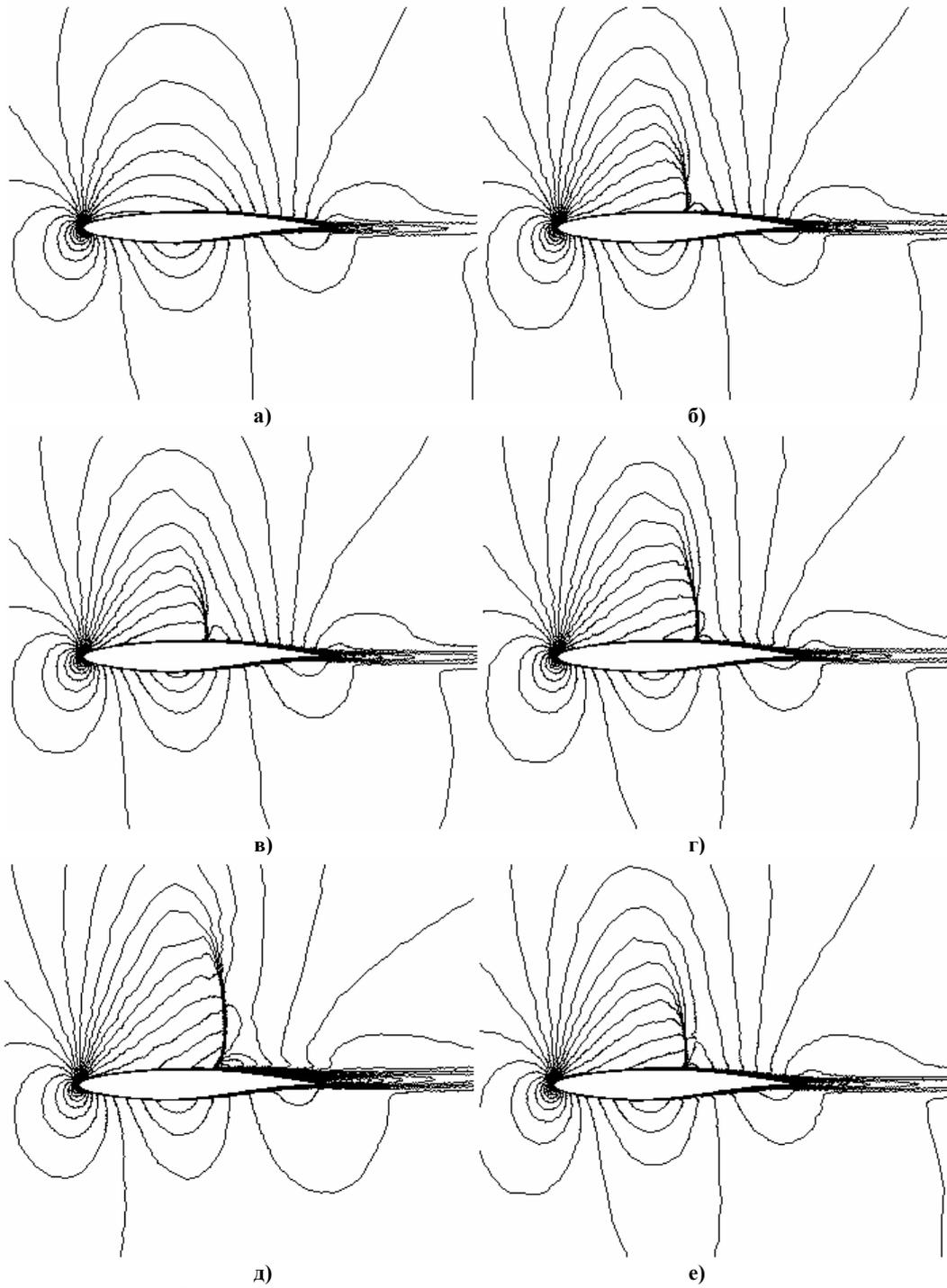


Рис. 2. Обтекание профиля RAE2822. Изомахи для условий экспериментов:
а) – №1; б) – №6; в) – №7; г) – №9; д) – №10, е) – №12

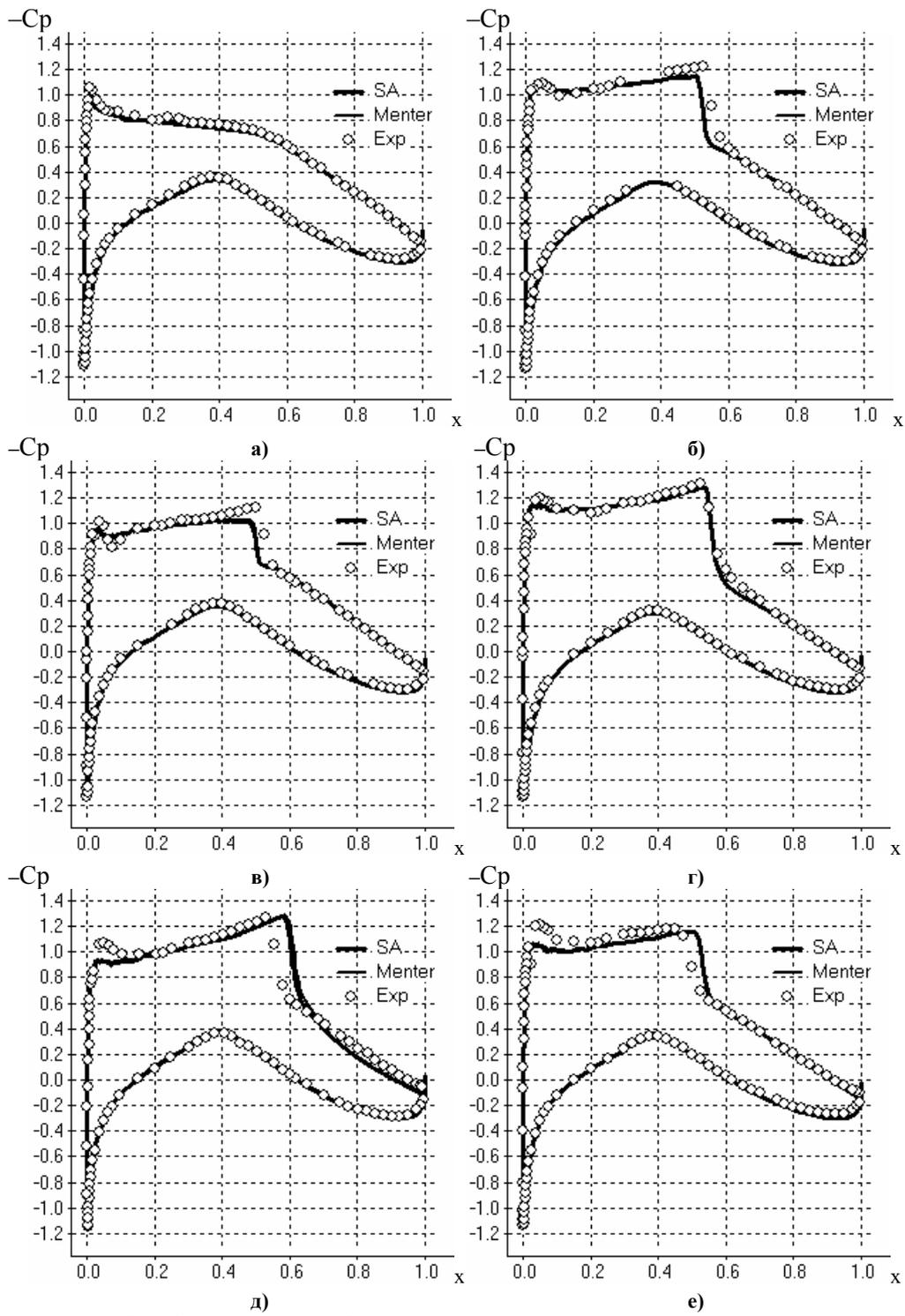


Рис. 3. Распределение C_p по поверхности профиля для экспериментов
 а) – №1; б) – №6; в) – №7; г) – №9; д) – №10; е) – №12

Выводы.

1. Проведено сравнительное тестирование моделей Спаларта-Аллмараса [1] и Ментера [2] на задаче о трансзвуковом обтекании одиночного профиля RAE2822.

2. Проведено сравнение с результатами экспериментов [3]. Исследовано влияние угла атаки, скорректированного с учетом влияния стенок аэродинамической трубы на результаты расчетов интегральных и локальных характеристик. Показано, что рекомендуемые в [3] для использования в расчетах углы атаки не всегда являются оптимальными. Получено, что обе модели турбулентности дают очень близкие расчетные результаты для интегральных и локальных характеристик течения. В целом наблюдается удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных.

3. Поскольку обе модели показали практически идентичные результаты, как для интегральных, так и для локальных характеристик течений типа трансзвукового обтекания одиночного профиля под малыми углами атаки рекомендуется применять модель Спаларта-Аллмараса. Она показала меньшую чувствительность к величине шага по времени и минимального шага вблизи стенки, а также требует меньших затрат машинного времени и памяти, поскольку является однопараметрической моделью с одним дифференциальным уравнением.

Библиографические ссылки

1. **Spalart P. R., Allmaras S.R.** A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA-92-0439.
2. **Menter F.R.** Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. // AIAA J. 1994. 32, № 11. P.1299–1310.
3. **Cook, P.H., McDonald M.A., Firmin M.C.P.** Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements. Experimental Data Base for Computer Program Assessment, AGARD Report AR 138, 1979.
4. **Anderson W.K.** Grid generation and flow solution method for Euler equations on Unstructured grids // NASA technical reports. NASA TM-4295, 1992. 18 p.
5. **Кудинов П.И., Еричева В.А.** Метод расчета сжимаемых течений и алгоритмы построения гибридных неструктурированных сеток // Вісник Дніпропет-го ун-ту. Механіка. 2002. Вип.6, т.1. С.54-59.
6. **Кудинов П.И., Еричева В.А.** Применение алгоритмов на неструктурированных сетках для расчета задач тепломассообмена // Труды III РНКТ. М: Издательство МЭИ. 2002. Т.2. С.186–189.
7. **Кудинов П.И., Еричева В.А.** Численное моделирование тепломассообмена в решетках профилей турбин и компрессоров на неструктурированных сетках // Труды 5-го Международного Минского Форума по Тепломассообмену. Минск: НАН Белоруссии. 2004. 8-24. 10 с.
8. **Wilcox D.C.** Comparison of Two-Equation Turbulence Models for Boundary Layers with Pressure Gradient. AIAA Journal, V.31, №.8, August, 1993. P.1414–1421.